

試験問題 — 数 学

受験地本名	番 号

受 験 心 得

- この試験問題は、指示があるまで開かないこと。
- 試験問題には、受験地本名と番号を試験係官の指示に従って記入すること。
- 試験時間は、11時00分から12時30分までの90分間である。
- 携帯電話等は、電源を切り、使用できない状態にすること。
- 受験番号や解答が正しくマークされていない場合や、解答を訂正するときの消しゴムのカスなどで、採点されない場合があるので、注意すること。
- 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
- 問題 **I** ~ **VI** の解答はマークシートにマークし、**VII** の解答は記述式用の解答用紙に記入すること。
- マークシートには、解答欄以外に次の記入欄があるので、試験係官の指示に従って、それぞれ正確に記入しマークすること。

① 氏名欄、受験番号欄

氏名、受験番号をマークシートの氏名欄、受験番号欄に記入すること。

② 受験地本名欄

受験票の受験番号欄に記載されている受験地本名を、受験地本名欄から選び、正確にマークすること。

(例) 受験地本名が札幌の場合

受 験 地 本 名				
札幌 <input checked="" type="radio"/>	茨城 <input type="radio"/> (11)	静岡 <input type="radio"/> (21)	兵庫 <input type="radio"/> (31)	愛媛 <input type="radio"/> (41)
函館 <input type="radio"/> (02)	栃木 <input type="radio"/> (12)	富山 <input type="radio"/> (22)	奈良 <input type="radio"/> (32)	高知 <input type="radio"/> (42)

③ 番号欄

受験票の受験番号欄に記載されている4桁の数字を記入し、正確にマークすること。

(例) 4桁の数字が1012の場合

番 号				
1	0	1	2	←記入
<input type="radio"/> (0)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> (0)	<input type="radio"/> (0)	
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> (1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> (1)	
<input type="radio"/> (2)	<input type="radio"/> (2)	<input type="radio"/> (2)	<input checked="" type="radio"/>	

④ 科目欄

数学を選び、正確にマークすること。

⑤ 性別欄

性別をマークシートの性別欄に正確にマークすること。

- マークシートの解答欄について次の注意事項に従い、マークすること。

① 解答は、マークシートの解答番号に対応した解答欄にマークすること。

② 問題の文中の **1**、**2**、**3** などには、数字 (0 ~ 9) がそれぞれ1つ入る。それらを解答用紙の1, 2, 3, …で示された解答欄にマークすること。

(例) **1** **2** に83と解答する。

解答 番号	解 答 欄											
	-	+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<input type="radio"/> (-)	<input type="radio"/> (+)	<input type="radio"/> (0)	<input type="radio"/> (1)	<input type="radio"/> (2)	<input type="radio"/> (3)	<input type="radio"/> (4)	<input type="radio"/> (5)	<input type="radio"/> (6)	<input type="radio"/> (7)	<input checked="" type="radio"/> (8)	<input type="radio"/> (9)
2	<input type="radio"/> (-)	<input type="radio"/> (+)	<input type="radio"/> (0)	<input type="radio"/> (1)	<input type="radio"/> (2)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> (4)	<input type="radio"/> (5)	<input type="radio"/> (6)	<input type="radio"/> (7)	<input type="radio"/> (8)	<input type="radio"/> (9)

受験心得は、問題冊子の裏表紙にも続きます。必ず、問題冊子を裏返して読むこと。

Ⅰ から Ⅲ にある 1 から 6 については、与えられた選択肢の中から正しい選択肢を選び、その番号をマークシートにマークせよ。Ⅳ から Ⅵ にある 7 から 24 については、当てはまる数字の 0～9 を求めてマークシートにマークせよ。Ⅶ の解答は記述式の解答用紙に記載せよ。

Ⅰ 座標平面上に 2 つの放物線 $C_1: y = x^2 + 2$, $C_2: y = -x^2 + ax + b$ (a, b は実数) がある。 C_1 と C_2 が異なる 2 点 A, B を共有し、 A, B どちらにおいても C_1 の接線と C_2 の接線が直交するとする。このとき A, B の x 座標をそれぞれ α, β とすると、 $\alpha\beta$ の値は 1 である。さらに、 C_1, C_2 で囲まれた部分の面積が $\sqrt{3}$ であるとき、 $|ab|$ の値は 2 である。

1 の選択肢

- (1) $-\frac{1}{4}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{4}$ (5) $\frac{1}{2}$

2 の選択肢

- (1) $4\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{2}$ (4) $5\sqrt{3}$ (5) $6\sqrt{2}$

Ⅱ 正の実数 x の関数 $f(x) = \log x$ がある。 $y = f(x)$ の逆関数を $y = g(x)$ とする。また、 $h(x) = 4x + k$ がある。ここで、 k は実数の定数、 $\log x$ は自然対数であり、自然対数の底を e とする。なお、 $2.7 < e < 2.8$ である。また、区間 $[1, e]$ を I とする。ある実数の定数 m があって、 I 内の全ての x に対して $h(x) \geq m \geq f(x)$ が成り立っているとする。このような k のうち最小のものは 3 である。

また、 I 内のある x に対して $h(x) \geq n \geq g(x)$ となる実数の定数 n が存在するとする。このような k のうち最小のものは 4 である。

3 の選択肢

- (1) 1 (2) 0 (3) -1 (4) -2 (5) -3

4 の選択肢

- (1) $4 + 2 \log 2$ (2) $4 - 2 \log 2$ (3) $4 - 4 \log 2$ (4) $4 - 8 \log 2$ (5) $4 - 12 \log 2$

Ⅲ 複素平面において、原点 O ではない点 $P(z_1)$ を O を中心として反時計まわりに $\frac{7}{6}\pi$ だけ回転し、さらに、実軸の正の方向に 2 だけ平行移動した点を $Q(z_2)$ とする。 $z_1 = a+bi$, $z_2 = b-ai$ (a, b は実数) となるような a と b の組 (a, b) は である。また、 (a, b) がこの組であるとき、 $\triangle POQ$ の内接円の中心を表す複素数は となる。ここで、 i は虚数単位である。

の選択肢

- (1) $(a, b) = (\sqrt{2}, 1)$ (2) $(a, b) = (\sqrt{3}, 1)$ (3) $(a, b) = (\sqrt{2}, 2)$
 (4) $(a, b) = (\sqrt{3}, 2)$ (5) $(a, b) = (2, 1)$

の選択肢

- (1) $\frac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2} + \frac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$ (2) $\frac{2-\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2} + \frac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$
 (3) $\frac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2} + \frac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}i$ (4) $\frac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2} - \frac{2+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$
 (5) $\frac{2-\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2} - \frac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}i$

Ⅳ 整数 n に対する不定方程式 $5x+7y=n$ の整数解の組 (x, y) を考える。 $n=141$ のとき、 $x>0$ かつ $y>0$ となる整数解の組は全部で 組ある。また $x>0$ かつ $y<0$ かつ $x-y \leq 48$ となる整数解の組がちょうど 3 組になる n のうち最大のもの は である。

Ⅴ $\angle A = \frac{5}{9}\pi$, $\angle B = \frac{5}{18}\pi$, $\angle C = \frac{1}{6}\pi$ の $\triangle ABC$ において、辺 AC 上に $\angle ABD = \frac{1}{6}\pi$ となる点 D をとる。また、点 A から

辺 BC 上に垂線を下ろし、辺 BC との交点を H とし、直線 AH と直線 BD の交点を E とする。 $\frac{\tan \frac{5}{18}\pi \tan \frac{7}{18}\pi}{\tan \frac{1}{3}\pi \tan \frac{4}{9}\pi} = \frac{\text{$

となるため、 $\angle CEH = \frac{\text{ である。(分数はそれ以上約分できない形で解答すること。)$

VI ある科目の授業が週に1回あり、2人の学生がその授業を受けることになっている。どちらの学生も、独立に0.8の確率で授業に出席するものとする。ただし、授業の出席人数が0人になったときは、どちらの学生も次の週の授業には独立に0.9の確率で出席するものとする。第1回目の授業に出席する確率はどちらも0.8である。第 n 回目の授業の出席人数が0人である確率を a_n とする($n=1, 2, 3, \dots$)。このとき、 a_2 の値は

15	16		
17	18	19	20

 である。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ の値は

21		
22	23	24

 である。(分数はそれ以上約分できない形で解答すること。)

VII 座標平面上に点A(1, 0)がある。原点をOとし、0より大きい整数 n に対して点 P_k の座標を $(0, \frac{k}{n})$ とする($k=1, 2, \dots, n$)。このとき、以下の問に答えよ。

(1) $\triangle AOP_k$ の外接円の面積を b_k としたとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{b_k}{n}$ はいくらか。

(2) (i) 実数 x について、 $\sqrt{x^2+1}+x=t$ とおいたとき、 $\sqrt{x^2+1}$ を t で表せ。

(ii) 定積分 $\int_0^1 \sqrt{x^2+1} dx$ の値を求めよ。

(3) $\triangle AOP_k$ の内接円の半径を c_k としたとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{n}$ はいくらか。

③ 分数の形で解答する場合、それ以上約分できない形で解答すること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と解答するところを、 $\frac{6}{8}$ のように解答しないこと。

④ 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。

⑤ 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。

例えば、 $\boxed{4}\sqrt{\boxed{5}}$ に $4\sqrt{2}$ と解答するところを、 $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。

⑥ 根号を含む分数の形で解答する場合、例えば、 $\frac{\boxed{6} + \boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}}{\boxed{9}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と解答するところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答しないこと。

⑦ 例えば、 $\boxed{10}x^2 + \boxed{11}$ に x^2+3 と解答したいときは、 $\boxed{10}$ に1を、 $\boxed{11}$ に3をマークすること。また、 $x^{\boxed{12}} - \boxed{13}$ に $x-3$ と解答したいときは、 $\boxed{12}$ に1を、 $\boxed{13}$ に3をマークすること。

⑧ 選択肢から選ぶ問題については、適切な解答を1つ選択し、マークすること。

(例) $\boxed{14}$ と表示のある問いに対して(3)と解答する。

解答 番号	解 答 欄											
	-	+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	(-)	(+)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)

10. 記述式の解答用紙には、解答欄以外に受験地本名欄、番号欄、氏名欄があるので、試験係官の指示に従って記入すること。

11. 試験問題、解答用紙は全て回収するので、絶対に持ち帰らないこと。